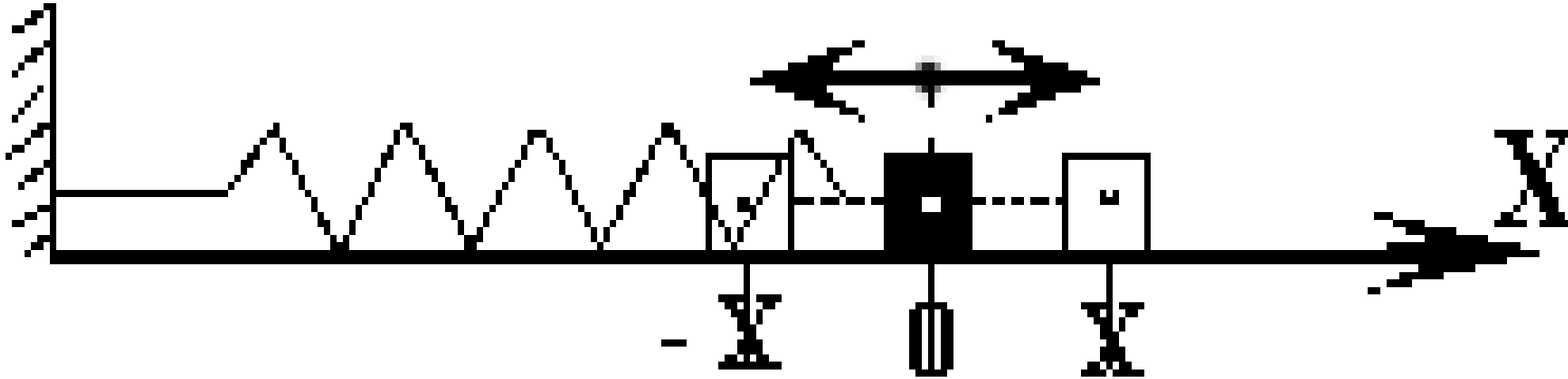




Лекция 7

«Колебательные процессы»

PhD, Жақыпов Әлібек Серікұлы



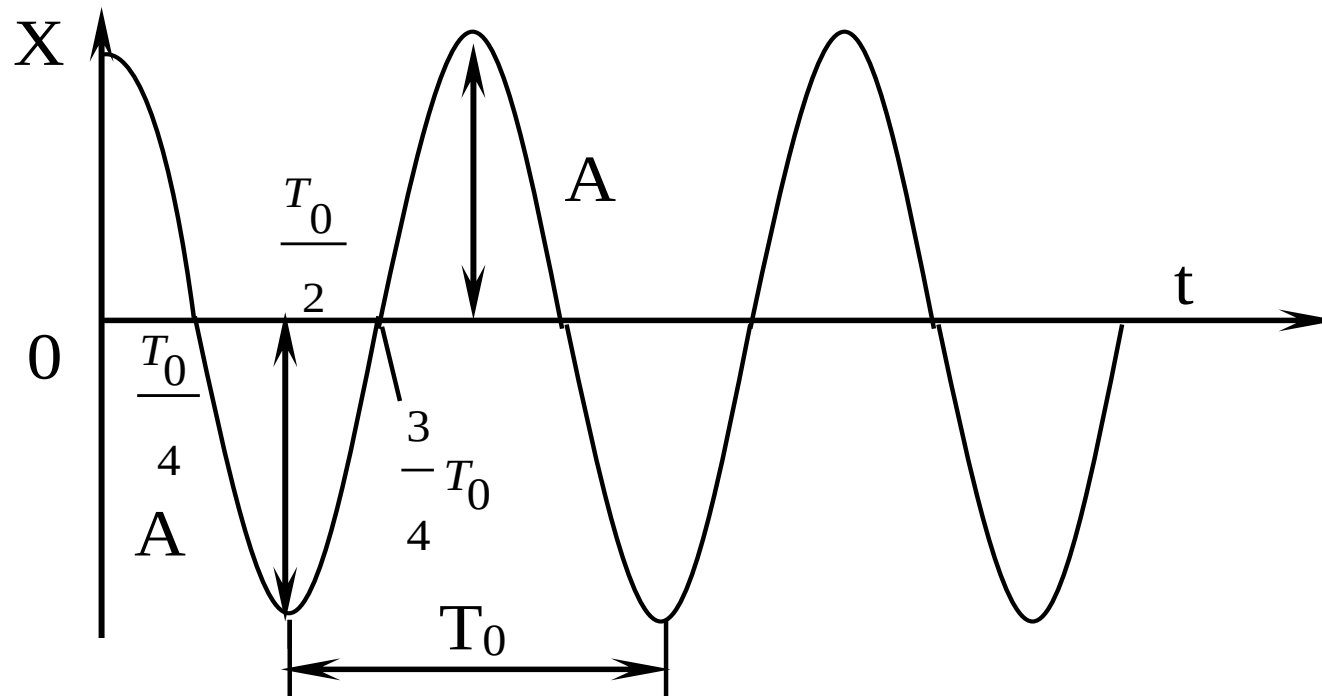
Рассмотрим движение этого грузика под действием *однократно* приложенной силы. Отклонение обозначим через x , и предположим, что имеем дело с абсолютно упругой пружиной. В этом случае пружина действует на груз с упругой силой F , пропорциональной смещению x и направленной в сторону обратную смещению, т. е.

$$F = - kx,$$

где k - коэффициент пропорциональности, называемый также жесткостью пружины. Знак "*минус*" означает, что сила упругости противодействует смещению.

Поскольку значения как $\cos$ так и $\sin$ через 2π радиан повторяются, то можно найти связь между периодом

$$\omega_0 : \omega_0(t + T) + \theta = \omega_0 t + \theta + 2\pi$$



$$x = A \cos(\omega t) = A \cos \frac{2\pi}{T_0} t = A \cos(2\pi \nu_0 t)$$

$$T_0 = 2\pi / \omega_0 = 2\pi \sqrt{m/k}$$

Потенциальная и кинетическая энергия

Установим изменение потенциальной и кинетической энергий колеблющейся системы. Известно, что потенциальная энергия упруго деформированного тела равна

$$W_n = kx^2/2,$$

где k - коэффициент упругости, x - смещение; откуда для потенциальной энергии колебаний находим

$$W_n = (kA^2/2)\cos^2(\omega_0 t + \theta). \quad (7)$$

Кинетическая энергия

$$W_k = mV^2/2,$$

что, согласно (2) и (5), в нашем случае будет

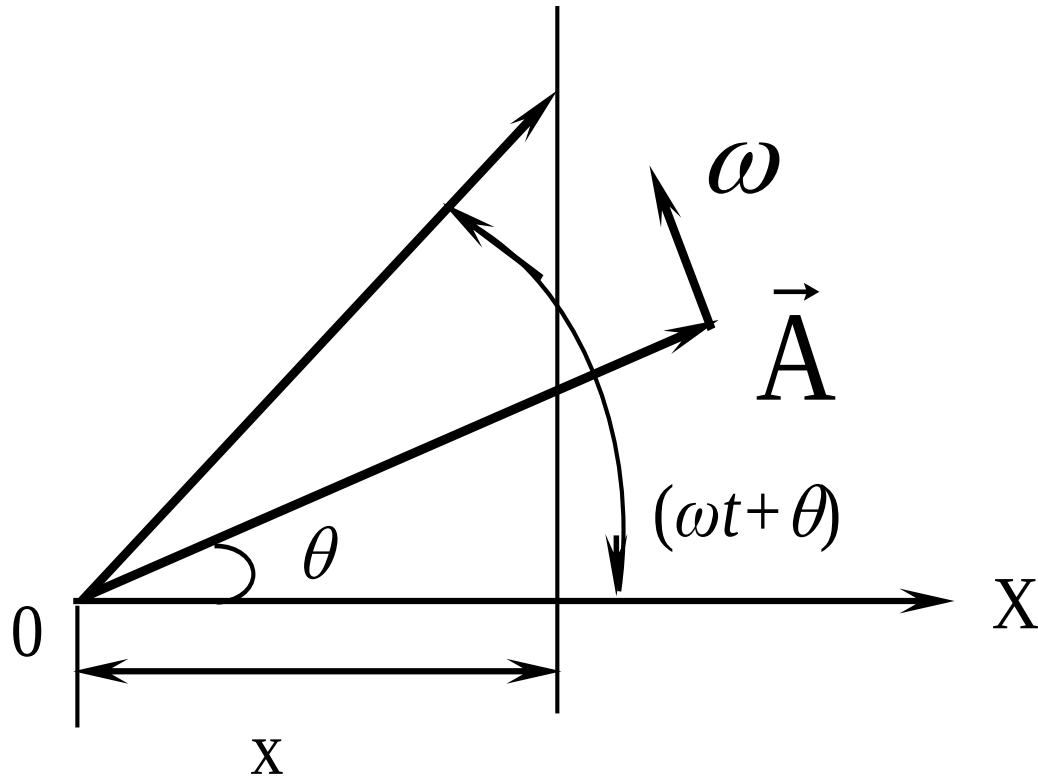
$$W_k = (m\omega_0^2 A^2/2)\sin^2(\omega_0 t + \theta) = (kA^2/2)\sin^2(\omega_0 t + \theta). \quad (8)$$

Анализ (7) и (8) показывает, что когда одна из энергий W_k или W_n увеличивается, то другая уменьшается. Полная же энергия

$$E = W_n + W_k = kA^2/2 \quad (9)$$

Векторная диаграмма

$$x = A \cos(\omega_0 t + \theta)$$



Комплексная форма представления колебаний

Согласно формуле Эйлера для комплексных чисел

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha, \text{ где } i = \sqrt{-1}.$$

Поэтому уравнение гармонического колебания (3) можно записать в экспоненциальной форме:

$$\tilde{x} = A \exp[i(\omega t + \theta)].$$

Вещественная часть $\text{Re}(\tilde{x})$ представляет собой смещение x при гармоническом колебании

$$x = \text{Re}(\tilde{x}) = A \cos(\omega t + \theta).$$

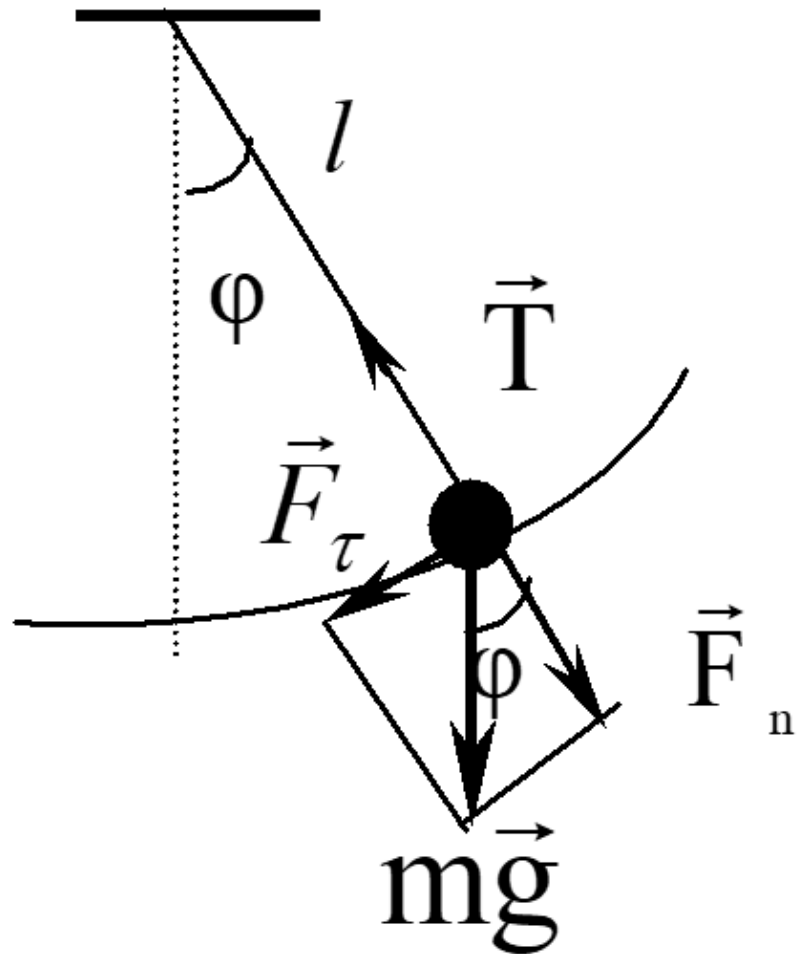
Обычно обозначение $\text{Re}(\tilde{x})$ опускают и пишут так

$$x = A e^{i(\omega t + \theta)} = A \exp[i(\omega t + \theta)].$$

Математический маятник

Математический маятник

Это материальная точка, подвешенная на невесомой, нерастяжимой нити.



Хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити, рис.7. Тангенциальное ускорение a , возникает под действием тангенциальной силы

$$F_\tau = -mg \sin \varphi.$$

Для малых φ можно положить

$$\sin \varphi \approx \varphi \text{ и } F_\tau \approx -mg\varphi.$$

Физический маятник

Физический маятник

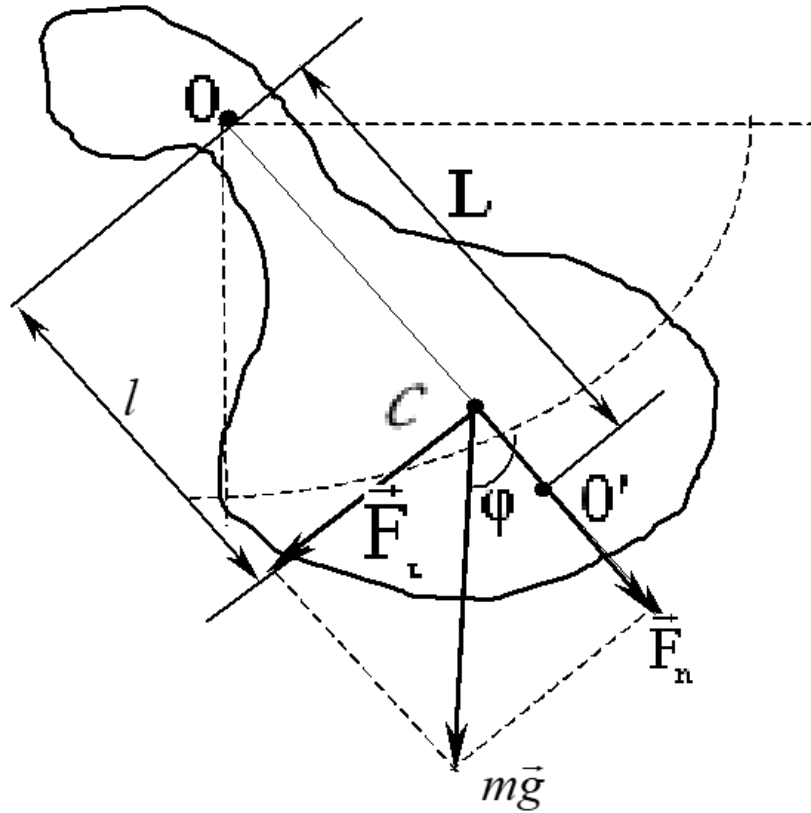


Рис.8

С учетом этого получается дифференциальное уравнение

$$J d^2 \varphi / dt^2 = -mgl \varphi.$$

Это твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси подвеса, не проходящей через центр масс С тела. На маятник, отклоненный на малый угол φ действует момент силы

$$M = -mgl \sin \varphi \approx -mgl \varphi,$$

который сообщает угловое ускорение

$$\varepsilon = d^2 \varphi / dt^2 = MJ,$$

где J - момент инерции тела, относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно рисунку.

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. шк., 1990.- 478 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики М.: Высш. шк., 1989.- 608 с.
3. Савельев И.В. Общий курс физики. Т1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, 1988.- 416 с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.- М.: Наука, 1985.
5. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.1,2,3.-М.: Наука, 1974,1980
6. Сивухин Д.В. Курс общей Физики. – М.: Наука, 1986. Т.